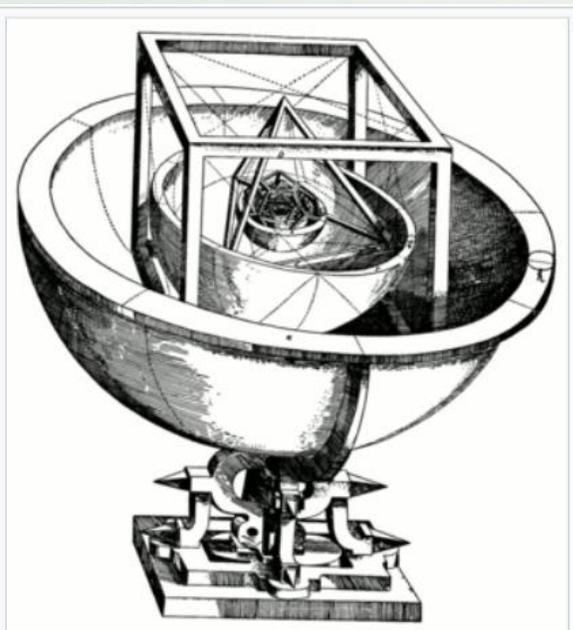


DENTRO LE PIEGHE TROVO PLATONE



Il modello di Keplero del [sistema solare](#) che fa ricorso ai solidi platonici

«PROBLEMI E... DINTORNI» AIRM ROZZANO

24 ottobre 2024

Gisella Maculan

UN PO' DI STORIA '*SOLIDI PLATONICI*'

I Solidi Platonici devono il loro nome alla descrizione che Platone fa nel suo dialogo «Timeo».

Platone è vissuto tra il 428 e il 327 a.C. ma non fu il primo ad occuparsi di tali solidi, prima di lui li studiarono gli studiosi pitagorici (dopo il 530 a.C.).

« Le teorie di Empedocle e di Democrito

Platone si ispirò e integrò tra loro due teorie sulla **struttura della materia**.

1. La teoria di **Empedocle** (vissuto tra il 490 e il 430 a.c.), secondo la quale la **materia** sarebbe composta da **quattro elementi** fondamentali, la **terra**, l'**acqua**, l'**aria** e il **fuoco**.
2. La teoria degli **atomi** di **Democrito** (vissuto tra il 460 e il 370 a.c.), secondo cui le componenti del **creato** erano il **vuoto** e delle particelle non ulteriormente divisibili, gli "**atomi**"

UN PO' DI STORIA '*SOLIDI PLATONICI*'

.... .. *e solidi regolari*

Platone associa ogni **elemento**, con le sue peculiarità, a un **solido regolare**.

- la **terra**, immobile, plastica e solida, è legata all'**esaedro**, il **cubo**.

le altre forme vengono così ripartite:

- all'**acqua** si associa l'**icosaedro**, definito come la forma meno mobile dopo il cubo, la più grande e la meno acuta;
- all'**aria** si collega l'**ottaedro**, forma intermedia per mobilità, grandezza e acutezza;
- al **fuoco** si unisce il **tetraedro**, la forma più mobile, piccola e acuta delle tre

UN PO' DI STORIA '*SOLIDI PLATONICI*'

... IL DODECAEDRO NEL "FEDONE" DI PLATONE

In questo lungo passo **i primi quattro Solidi Platonici** sono ampiamente descritti e il loro apporto nella creazione della materia è pienamente sviluppato.

- **Platone** invece si limita a un breve accenno riguardo al **dodecaedro**, non rivelandone il nome e limitandosi a far dire a Timeo che “il dio se ne servì per decorare l’universo” ovvero “ricamare le costellazioni sull’insieme dei cieli”.»

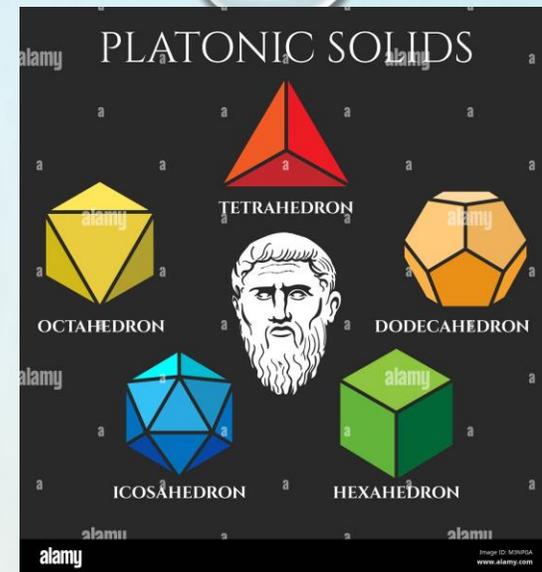
TRATTO DA: [I Solidi Platonici da Pitagora a Euclide - Storia dell'Arte](#)

Solidi regolari o Solidi Platonici

I Solidi Platonici sono poliedri convessi regolari

sono studiati e apprezzati per la loro bellezza e significato simbolico.

- **Le facce** di ogni solido regolare sono equilateri e congruenti fra loro.
- **I vertici** sono tutti equivalenti; significa che ogni vertice è costruito dall'intersezione dello stesso numero di facce.
- **Gli angoli** di un solido regolare hanno la stessa ampiezza.
- **Gli spigoli** di un solido regolare hanno tutti la stessa lunghezza.
- **I Solidi Platonici** si inscrivono in una sfera, quindi tutti i loro vertici appartengono alla superficie della sfera.



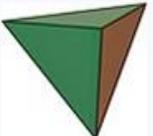
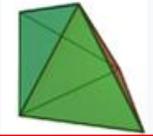
Un po' di classificazione, i poliedri e i deltaedri

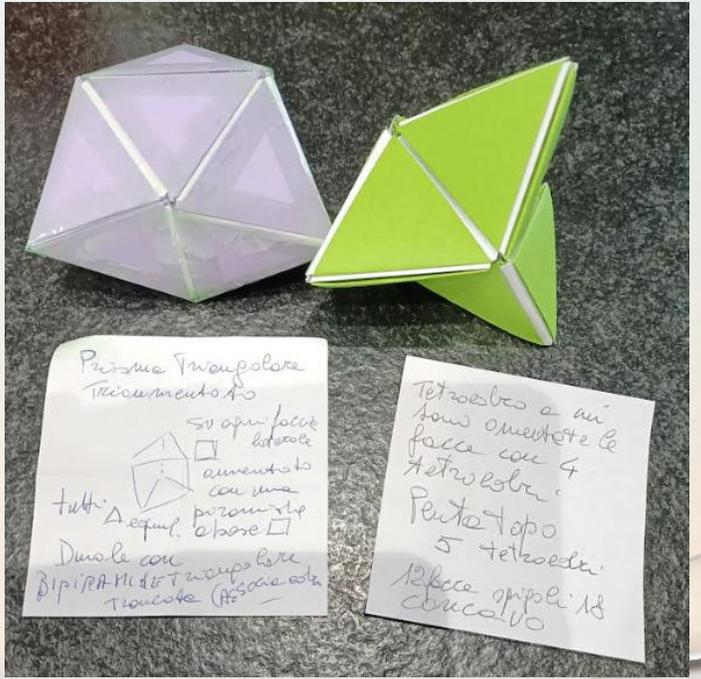
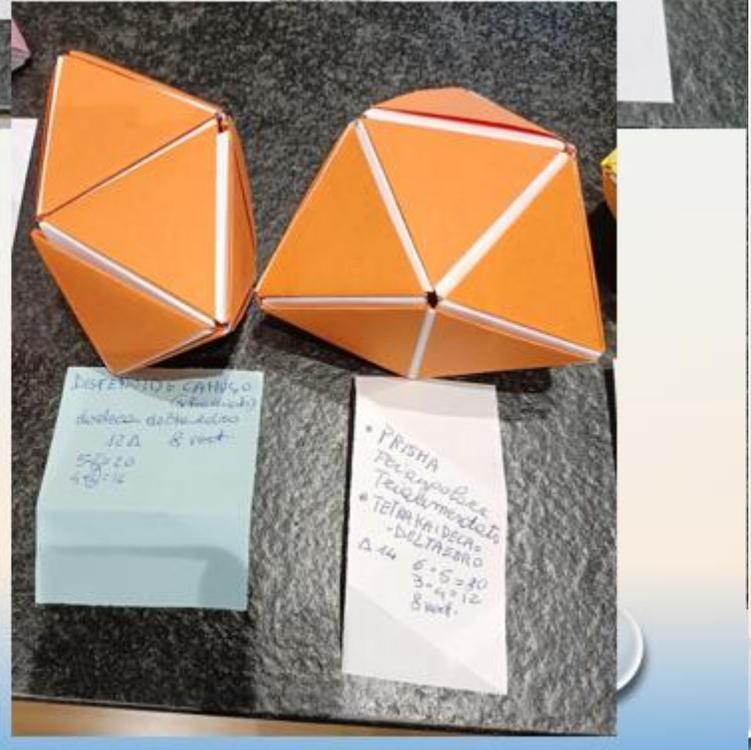
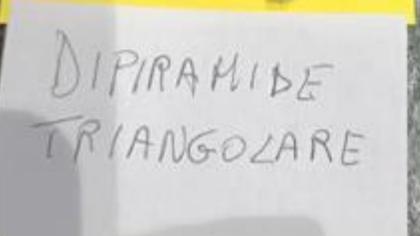
- In geometria un **poliedro** è un solido composto da facce poligonali.
- Sono **poligoni** le figure geometriche piane delimitate da linee spezzate chiuse.
- In geometria solida un **deltaedro** è un poliedro le cui facce sono tutti triangoli equilateri.
- Il nome **deltaedro** deriva dal nome della lettera greca delta (Δ), che è ha la forma di un triangolo equilatero.
- I **deltaedri** sono solo otto



deltaedri

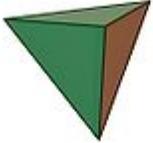
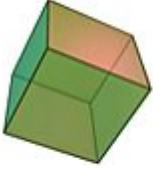
- I **deltaedri** sono solo otto e di questi, tre sono solidi platonici: **tetraedro**, **ottaedro**, **icosaedro**

Nome	figura	Facce	Spigoli	Vertici
tetraedro regolare		4	6	4
dipiramide triangolare (doppio tetraedro o esadeltaedro)		6	9	5
ottaedro regolare		8	12	6
dipiramide pentagonale (doppio icosacap o decadeltaedro)		10	15	7
disfenoide camuso (dodecadeltaedro)		12	18	8
prisma triangolare triaumentato (tetrakaidecadeltaedro)		14	21	9
dipiramide quadrata giroelongata (deltaedro cubico antiprismatico o exadecadeltaedro)		16	24	10
icosaedro regolare		20	30	12



I solidi regolari

- I poliedri regolari sono **solo cinque** e prendono il nome di **Solidi Platonici**.
- Ampiezza degli angoli diedri (fra due facce):
 - Cubo $\rightarrow 90^\circ$
 - Tetraedro $\rightarrow 70^\circ 32'$
 - Ottaedro $\rightarrow 109^\circ 28'$
 - Dodecaedro $\rightarrow 116^\circ 34'$
 - Icosaedro $\rightarrow 139^\circ 11'$
- Possono essere circoscritti da una sfera o inscritti in una sfera.
- Hanno le facce composte da poligoni regolari che sono o il triangolo equilatero, o il quadrato, o il pentagono.

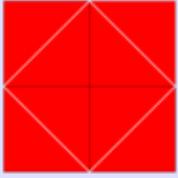
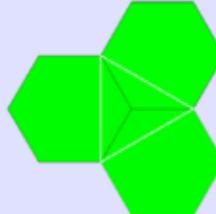
Poliedro		Vertici	Spigoli	Facce
tetraedro		4	6	4
cubo		8	12	6
ottaedro		6	12	8
dodecaedro		20	30	12
icosaedro		12	30	20

G. Maculan 24 ott 2024

I solidi regolari o Solidi Platonici

Poliedro	Vertici	Spigoli	Facce
tetraedro	4	6	4
cubo	8	12	6
ottaedro	6	12	8
dodecaedro	20	30	12
icosaedro	12	30	20

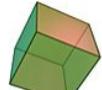
- I poligoni regolari che costruiscono angoloidi devono avere la somma degli angoli inferiore a 360°
- I poligoni sono: *il triangolo equilatero, il quadrato e il pentagono.*
- *A partire da 6 lati (esagono) e oltre, non si è più in grado di creare angoloidi.*

 $\{3,3\}$ Difetto di 180°	 $\{3,4\}$ Difetto di 120°	 $\{3,5\}$ Difetto di 60°	 $\{3,6\}$ Difetto di 0°
 $\{4,3\}$ Difetto di 90°	 $\{4,4\}$ Difetto di 0°	 $\{5,3\}$ Difetto di 36°	 $\{6,3\}$ Difetto di 0°

[3, 3] il primo numero indica i lati del poligono, il secondo il numero di poligoni nel vertice

Costruzione di un esagono per verificare la costruzione degli angoloidi
Eseguire anche con il quadrato

Poligoni nei Solidi Platonici

Poliedro		Vertici	Spigoli	Facce
tetraedro		4	6	4
cubo		8	12	6
ottaedro		6	12	8
dodecaedro		20	30	12
icosaedro		12	30	20



- Nel **tetraedro** un vertice è composto da 3 triangoli equilateri



- nel **cubo** un vertice è composto da 3 quadrati



- Nell' **ottaedro** un vertice è composto da 4 triangoli equilateri



- Nel **dodecaedro** ogni vertice è composto da 3 pentagoni

[3, 3] il primo numero indica i lati del poligono, il secondo il numero di poligoni nel vertice



- Nell' **icosaedro** ogni vertice è composto da 5 triangoli equilateri

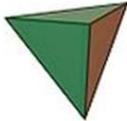
I Solidi Platonici e la dualità

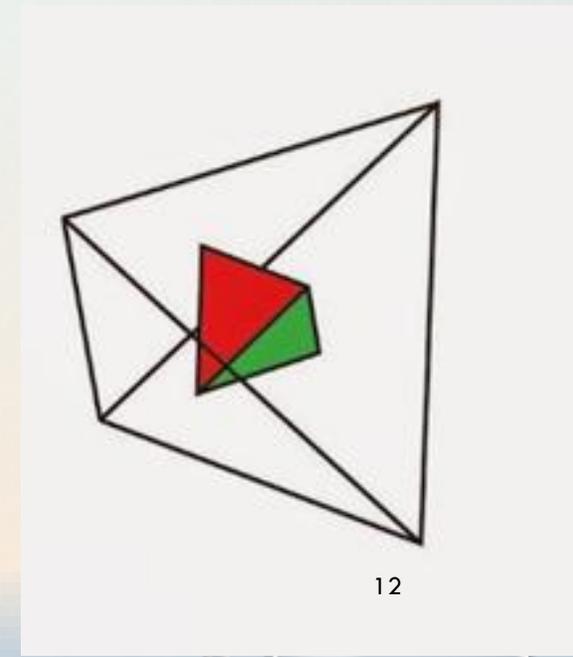
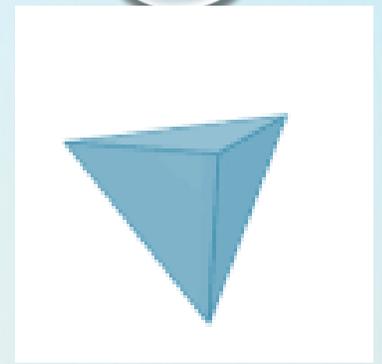
- Una caratteristica dei Solidi Platonici è **la dualità**
- **La dualità poliedrale** è la trasfigurazione di un poliedro in un secondo poliedro
- Significa che i vertici diventano facce e viceversa, le facce diventano vertici e viceversa; resta invariato il numero di spigoli

il tetraedro

è duale con se stesso

4 facce, 4 vertici e spigoli 6

Poliedro	Vertici	Spigoli	Facce
tetraedro 	4	6	4

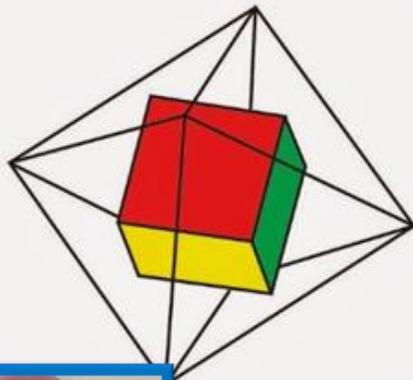
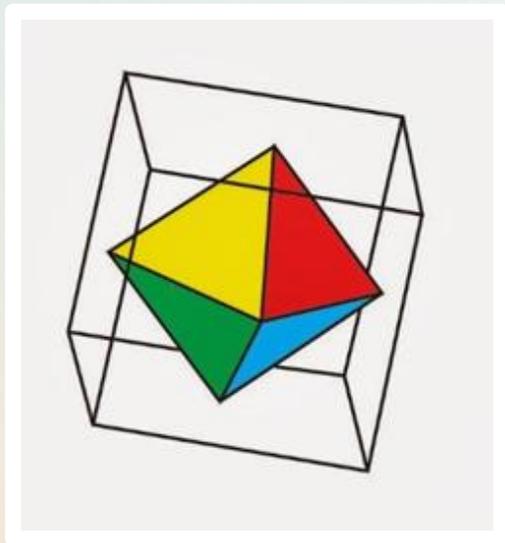
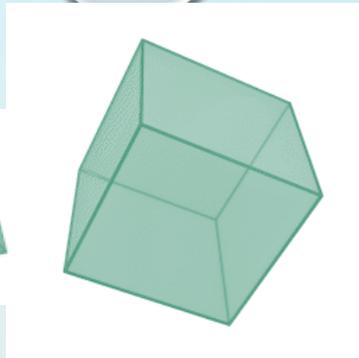
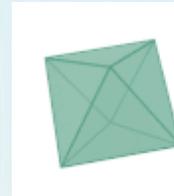
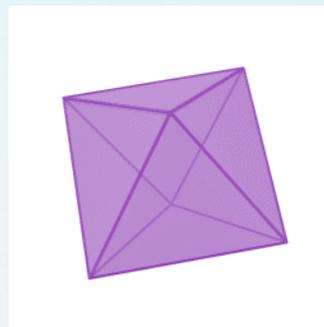
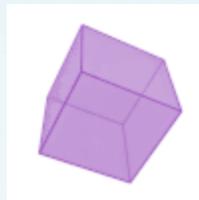


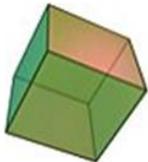
I Solidi Platonici e la dualità

esiste dualità fra cubo e ottaedro

il cubo 6 facce, 8 vertici e 12 spigoli;

l'ottaedro 8 facce, 6 vertici e 12 s



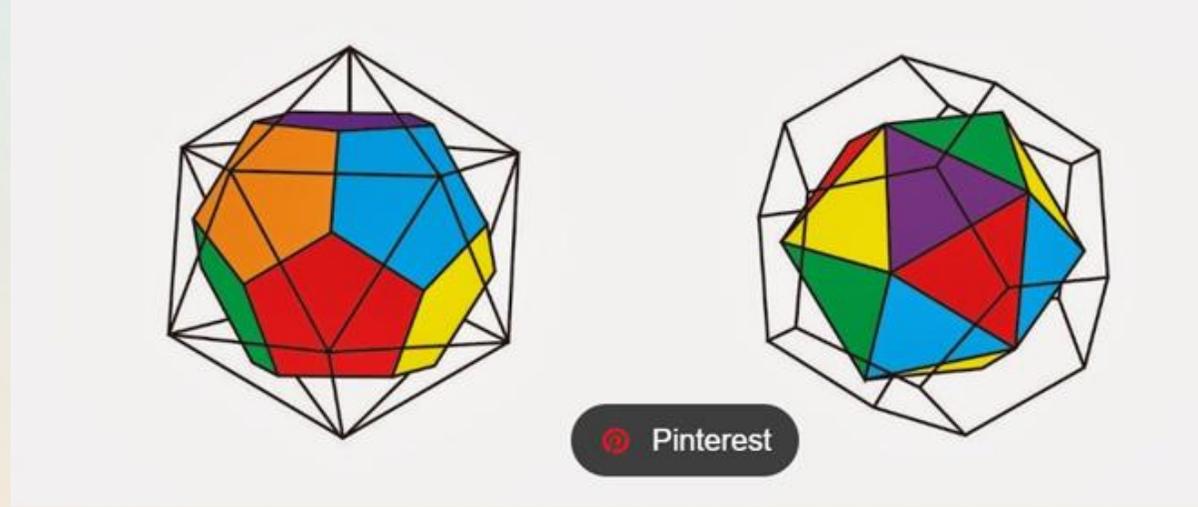
Poliedro		Vertici	Spigoli	Facce
cubo		8	12	6
ottaedro		6	12	8

In natura alcuni composti cristallizzano come solidi platonici: cloruro di sodio (sale da cucina) e pirite cristallizzano con forma cubica, il fluoruro di calcio con forma ottaedrica, ...

I Solidi Platonici e la dualità

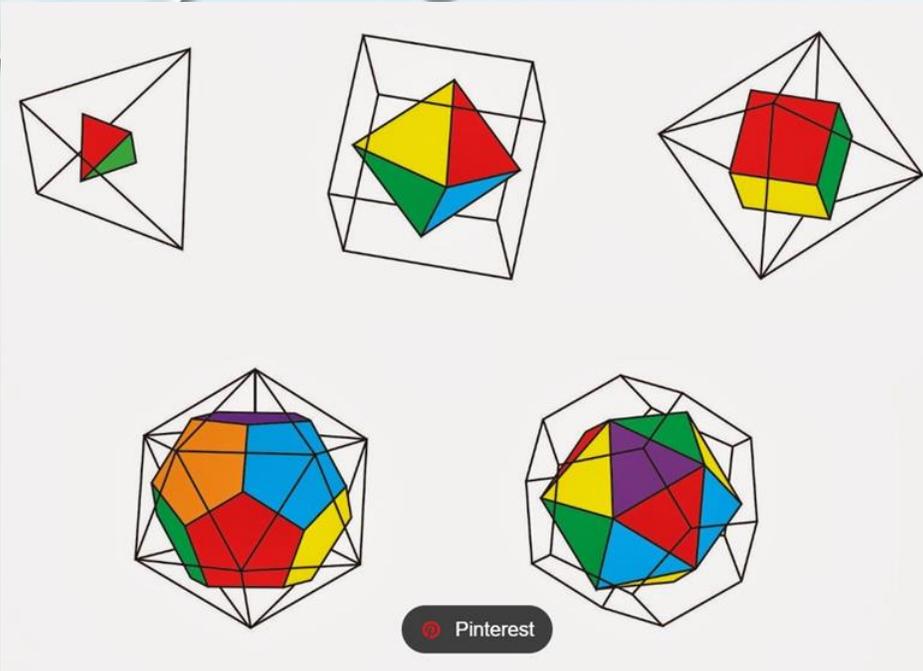


- L'icosaedro è duale con il dodecaedro
- il dodecaedro 12 facce, 20 vertici e 30 spigoli
- l'icosaedro 20 facce, 12 vertici e 30 spigoli



Poliedro		Vertici	Spigoli	Facce
dodecaedro		20	30	12
icosaedro		12	30	20

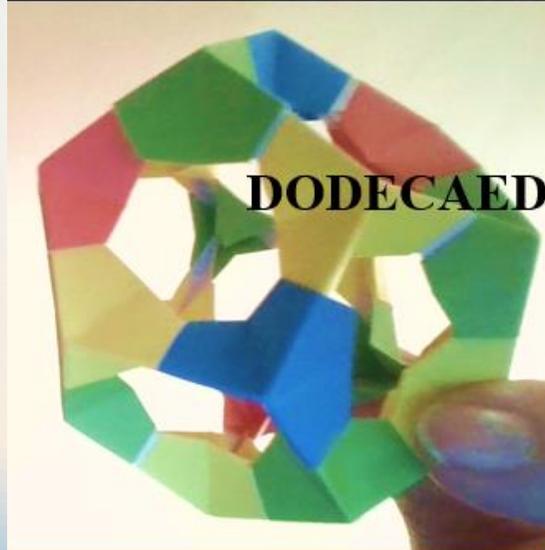
I solidi platonici e la dualità



CUBO - OTTAEDRO



TETRAEDRO



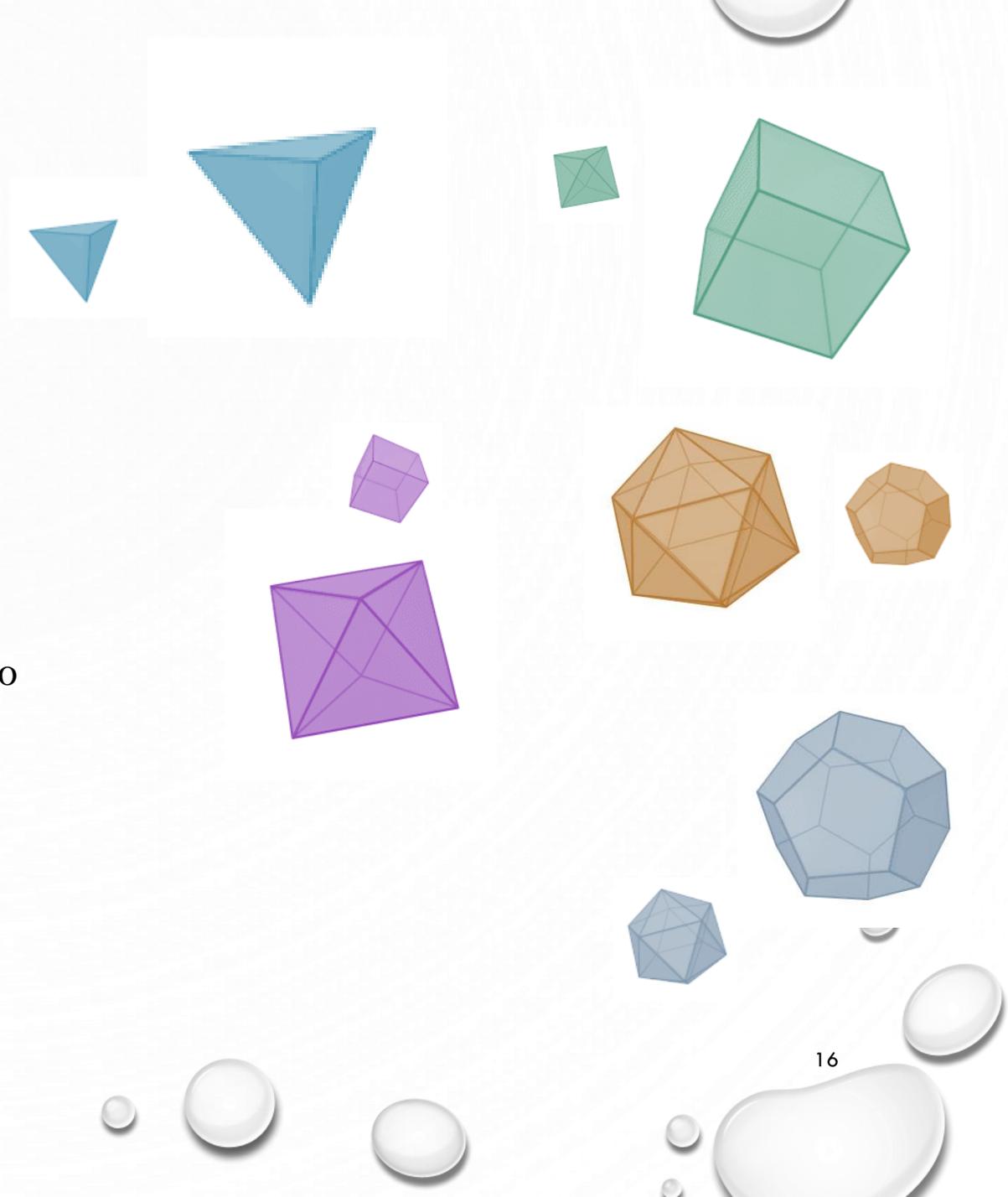
DODECAEDRO - ICOSAEDRO



come proseguire

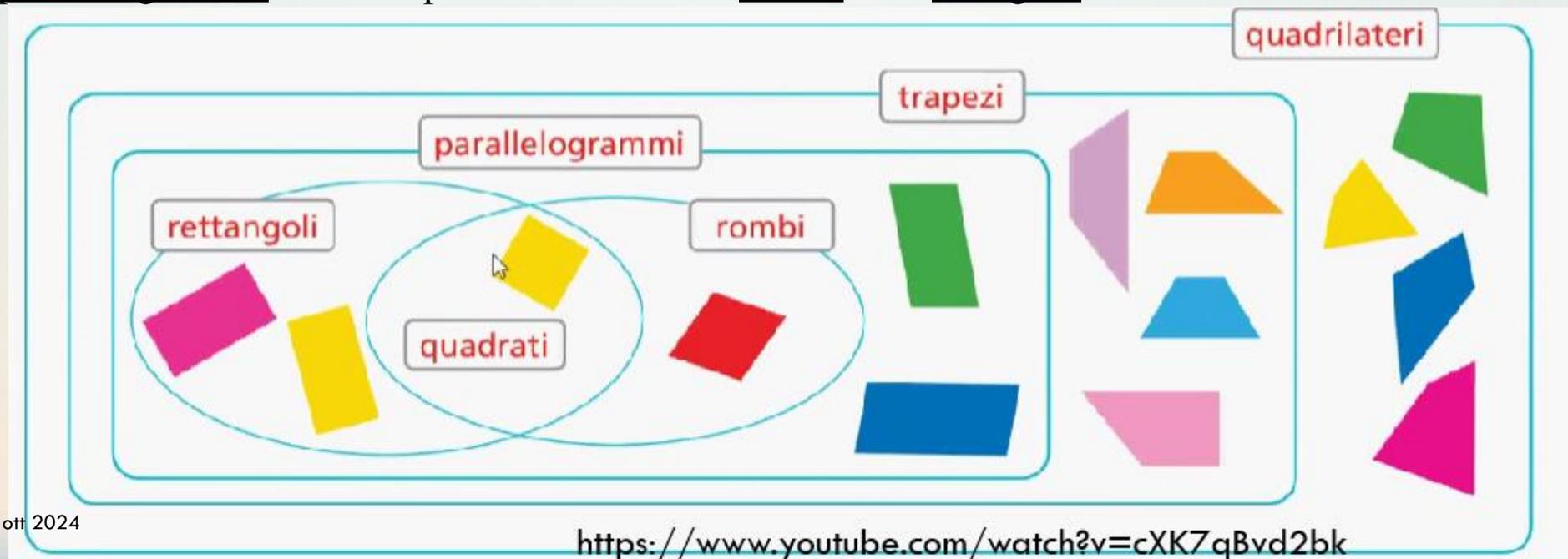
- **Solidi regolari:**
 - Perché si chiamano **Solidi Platonici**
 - Perché sono solo cinque
 - La dualità dei solidi regolari
- **Piegatura del quadrato**
- **Piegatura del triangolo a tre tasche e relativo giunto**

- **Assemblaggio del tetraedro e del cubo**
- **Pentagono e dodecaedro**



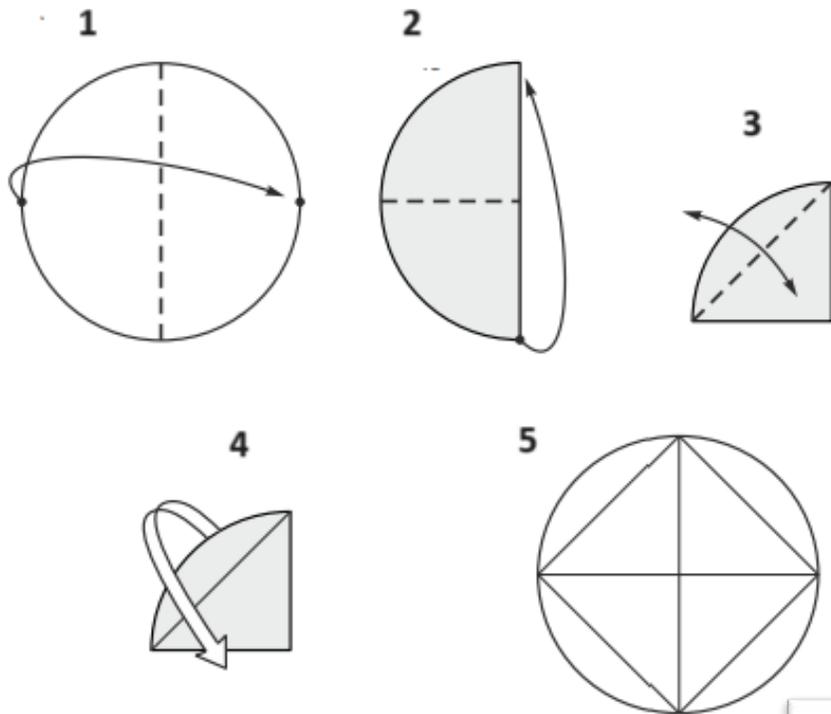
Il quadrato

- Il **quadrato** è un poligono regolare inscrivibile e circoscrittibile ad una circonferenza
- Ha quattro lati uguali e a due a due paralleli, ha quattro angoli di 90° ; la base e l'altezza hanno lo stesso valore, ha quattro assi di simmetria e un centro di simmetria, ha due diagonali e due mediane che si intersecano nel punto medio,
- Il quadrato è una figura piana, è poligono, è un quadrilatero e appartiene alla famiglia dei trapezi. È un parallelogramma e contemporaneamente è sia rombo che rettangolo.

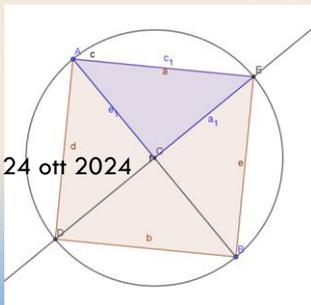


come si costruisce il quadrato

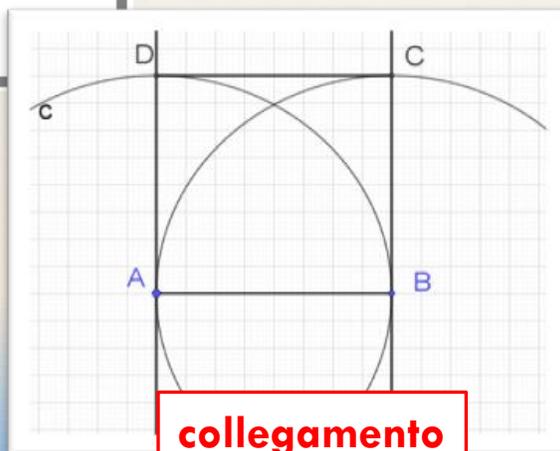
disegni di Francesco Decio



- A partire da un cerchio di carta piegando come da diagramma
- Con GeoGebra o righello e compasso, disegnando una diagonale, la perpendicolare e poi il cerchio; il diametro del cerchio è congruente alla diagonale del quadrato
- Disegnando un lato AB e le perpendicolari passanti per i punti A e B , si disegnano poi gli archi di circonferenza di raggio uguale al lato per trovare i lati DA e CB . Per finire si traccia il segmento DC



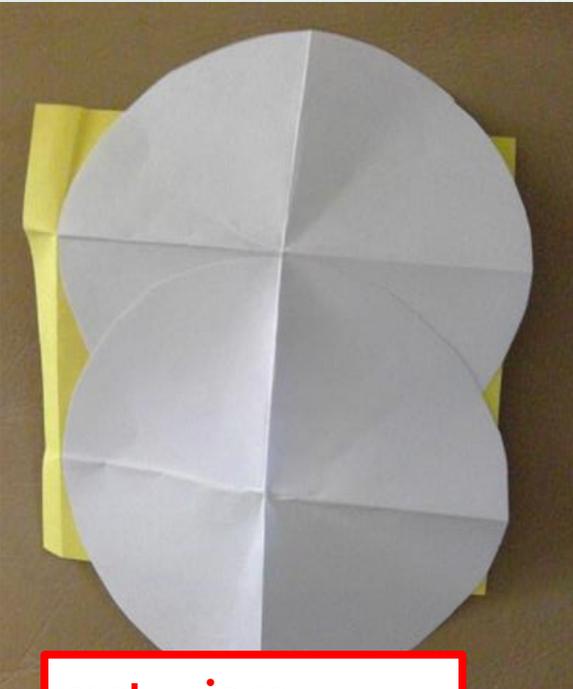
G. Maculan 24 ott 2024



collegamento

Quadrato con cerchi di carta

- Due cerchi di carta
- Si piegano i due cerchi evidenziando due diametri fra loro perpendicolari.
- Si uniscono con un po' di colla e si fa in modo che il diametro di uno si sovrapponga all'altro affinché la distanza fra i centri sia uguale a un raggio
- Tale raggio è un lato del quadrato, altri due lati sono i raggi perpendicolari.
- Per evidenziare il quarto lato si incolla sotto un foglietto e si piega unendo i punti di intersezione dei raggi perpendicolari
- In pratica si crea la tangente ai due cerchi.



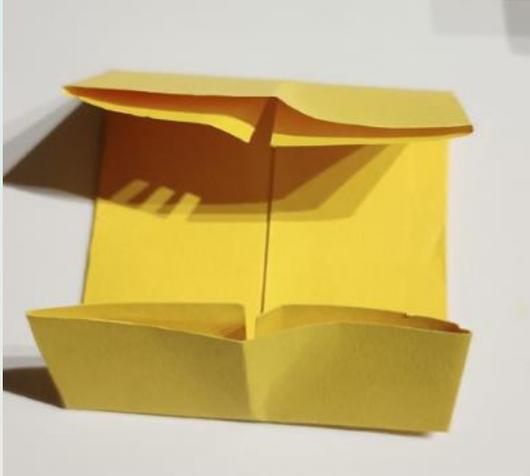
costruzione

Cosa si evidenzia

- parallele, perpendicolari, quadrato e rettangolo, distanza fra due circonferenze (distanza fra i centri), tangente.

Quadrati per un cubo

- Si parte da un quadrato; si esegue un pizzico nel punto medio di ciascun lato e poi i due lati opposti si portano nei punti medi del lato (si chiude a finestra)
- Si piegano nuovamente gli altri due lati sul punto medio
- Per l'assemblaggio si fa in modo che le alette siano tutte rivolte verso l'interno.
- Le facce di un cubo sono tutte uguali e sono 6 e sono fra loro intercambiabili.



La sfida: il parallelepipedo

- Un compito per un laboratorio, adatto di sicuro per una terza media ma come sfida anche per una classe quinta Primaria, è la **costruzione di un parallelepipedo a base quadrata che non sia un cubo**.
- Ai bambini della **Primaria** si possono fornire i rettangoli per le facce laterali e due quadrati per le basi.
- Ai ragazzi della **Secondaria** si forniscono solo le dimensioni del parallelepipedo che devono ottenere; in questo modo devono preparare i foglietti rettangolari che prevedono tutte le piegature.
- Per un parallelepipedo con nessuna coppia di facce a forma quadrata, occorre riflettere sulle dimensioni dei rettangoli di partenza per ciascuna faccia.



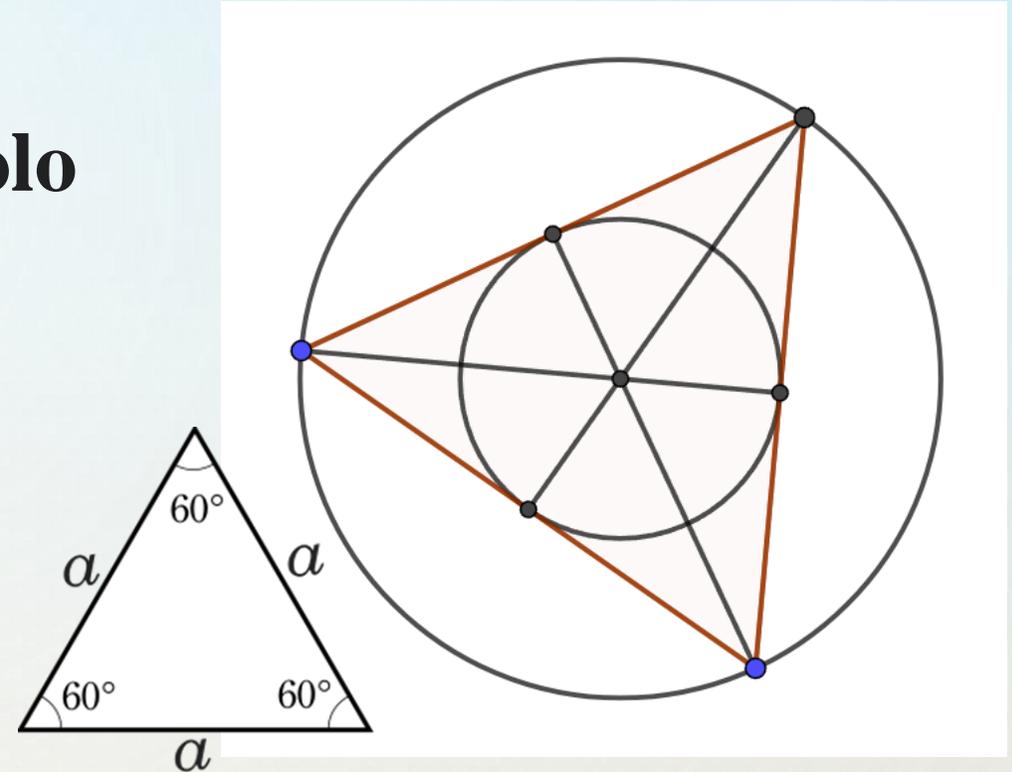
G. Maculan 24 ott 2024

Triangolo equilatero / equiangolo

Il triangolo equilatero nella geometria euclidea:

- è un poligono regolare inscrittibile e circoscrittibile ad una circonferenza;
- ha tre lati uguali e tre angoli di 60°
- ha tre altezze, tre mediane, tre assi, tre bisettrici che si intersecano in un unico punto (incentro, ortocentro, circocentro e baricentro) che divide i segmenti indicati in due parti una doppia dell'altra
- ha tre assi di simmetria e un centro di rotazione

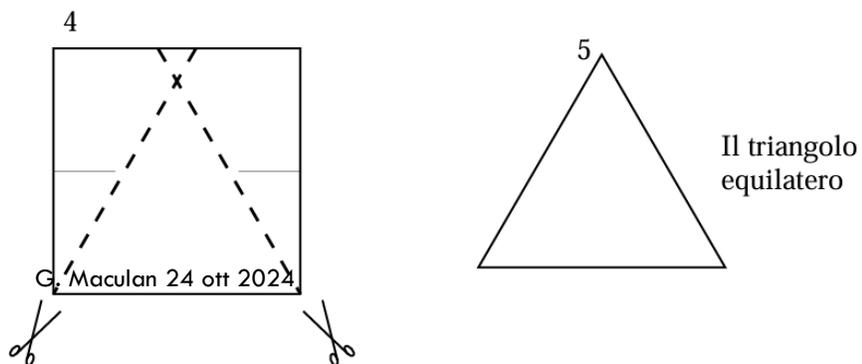
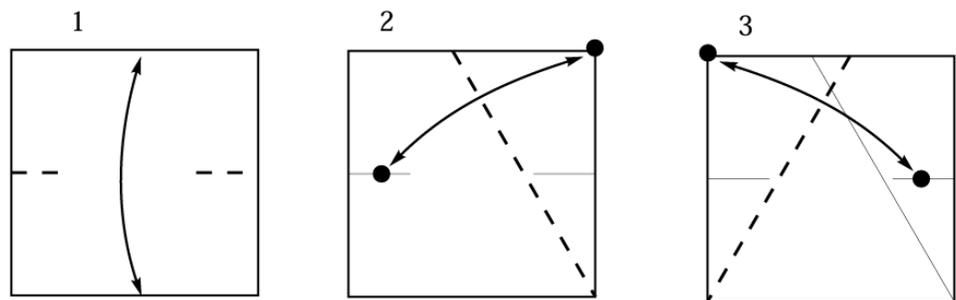
Come tutti i triangoli, è una figura che non si deforma e per questo è molto usata in architettura per avere strutture rigide



Triangolo equilatero: come si può costruire

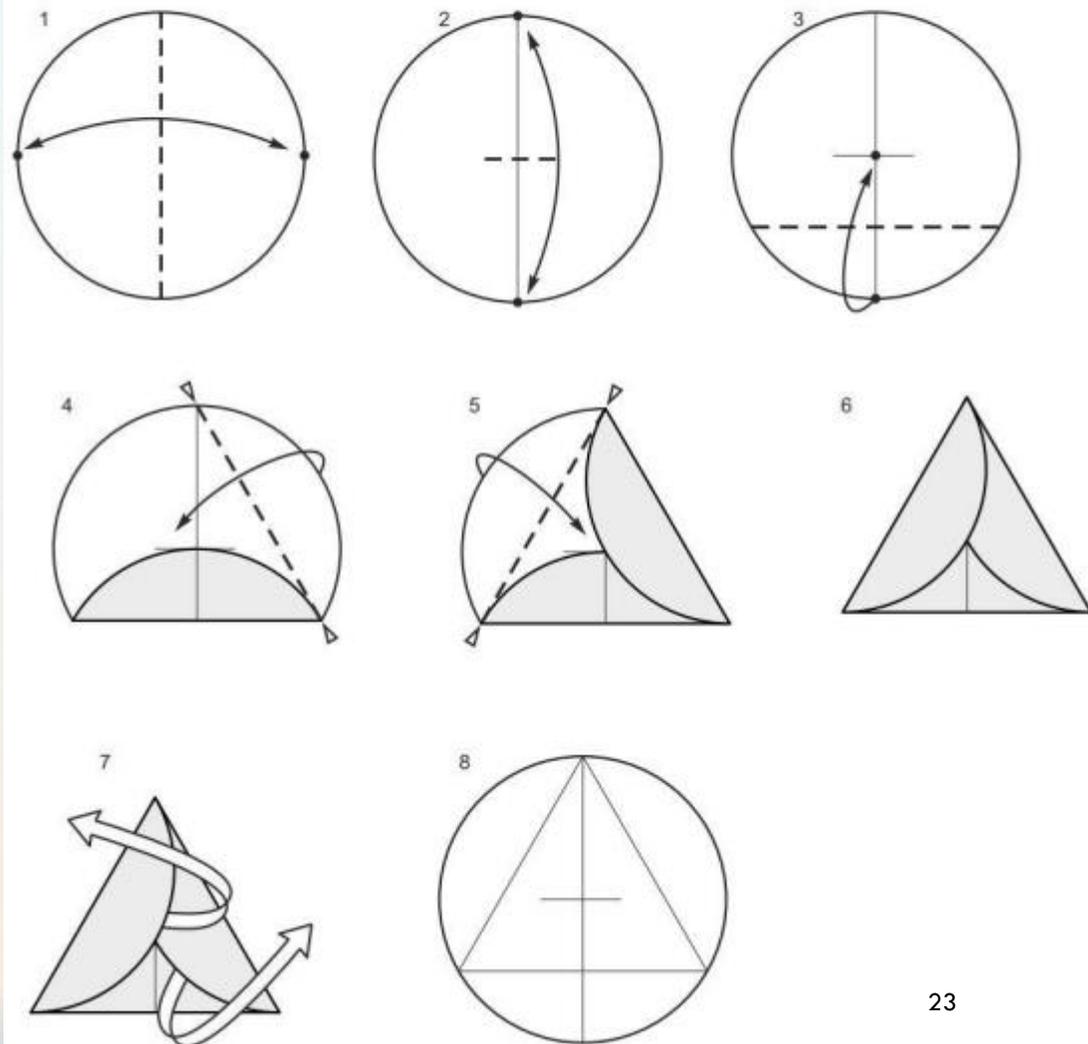
- A. Da un cerchio con 5 pieghe.
- B. Da un quadrato con 3 pieghe.

Triangolo equilatero da un quadrato

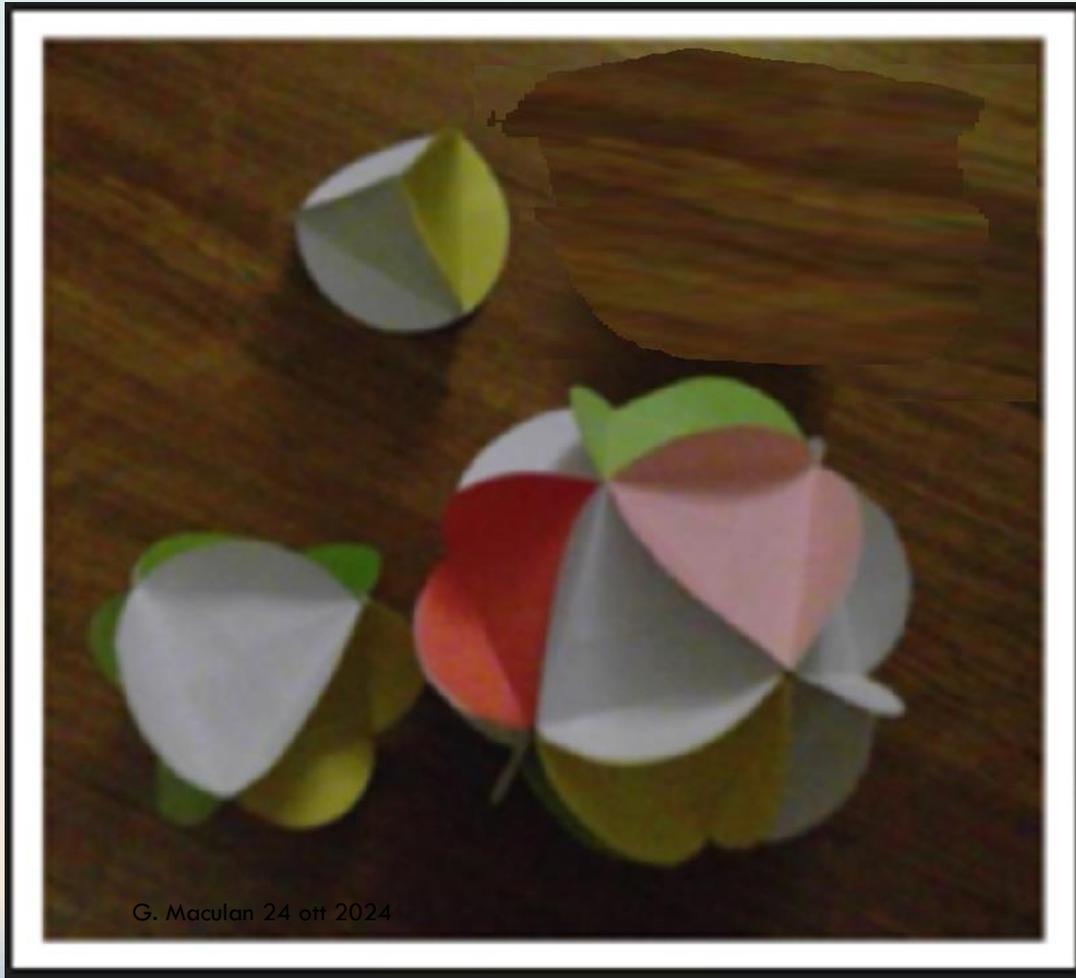
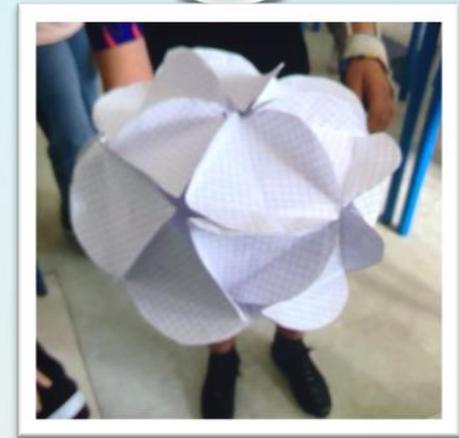


Dal cerchio al triangolo equilatero di Gisella Maculan

Disegni di Francesco Decio



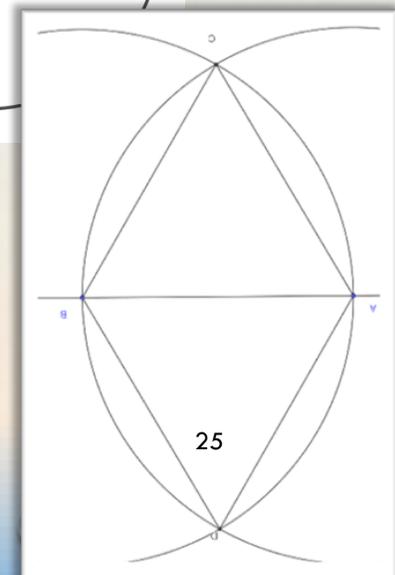
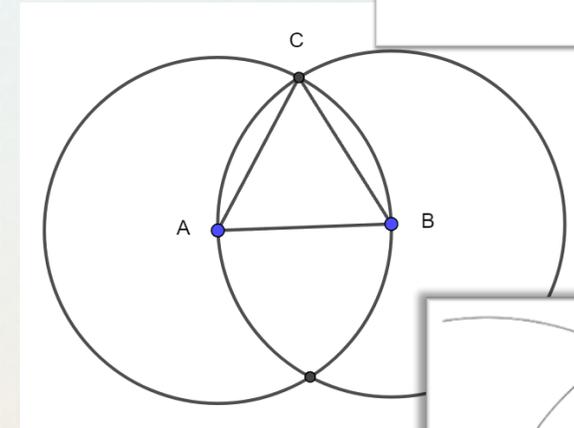
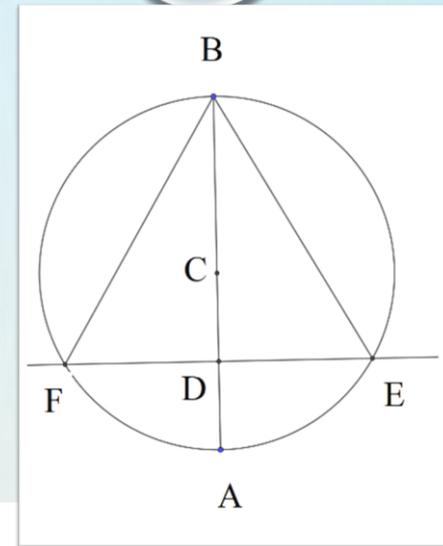
Tetraedro, ottaedro, icosaedro a partire dal cerchio



- Si costruisce il triangolo equilatero come visto nella diapositiva 5
- E i segmenti circolari si incollano fra loro; possono essere interni o esterni.
- È una attività che si può proporre sin dalla terza classe della Primaria fornendo loro i cerchi.
- Tra gli obiettivi: migliorare l'uso del compasso e della forbice (motricità fine)

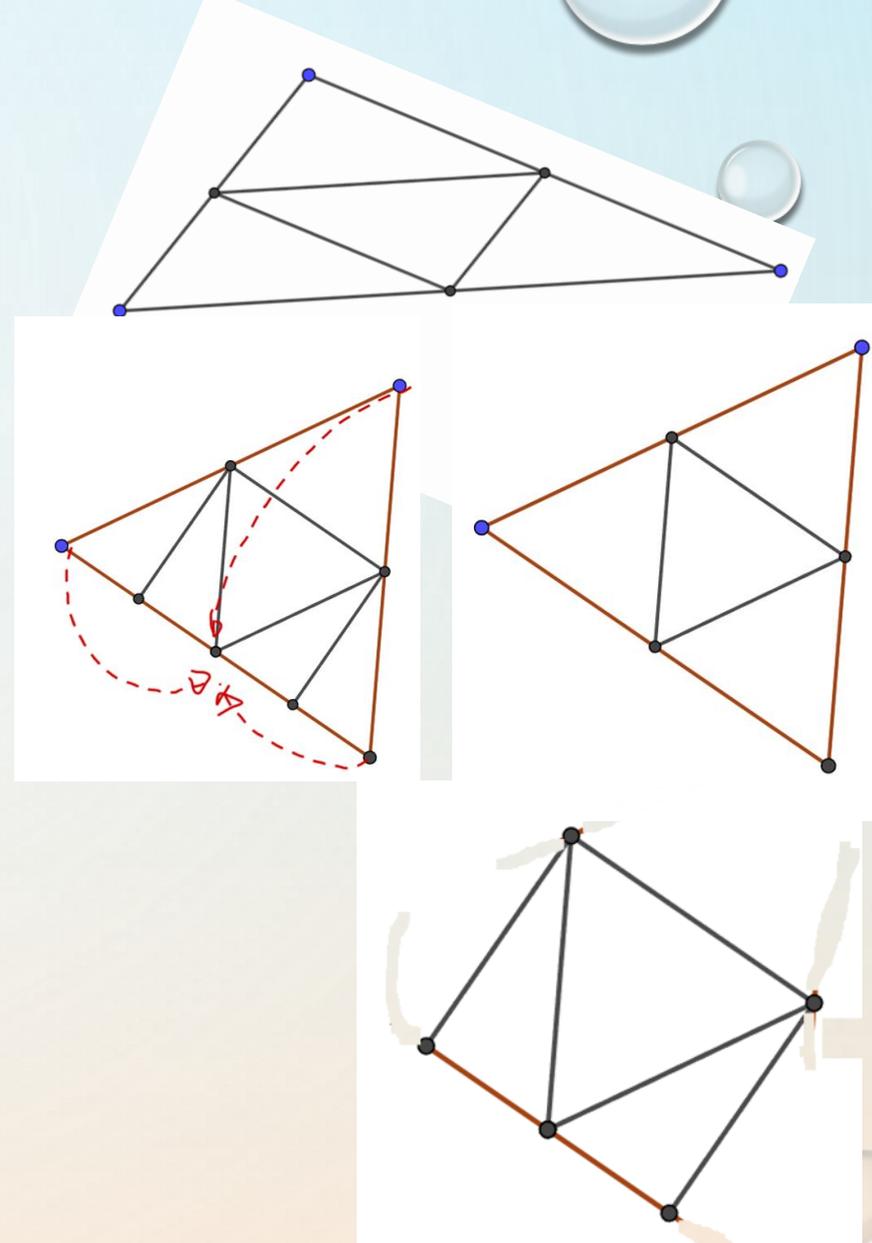
Triangolo equilatero con riga e compasso o con GeoGebra

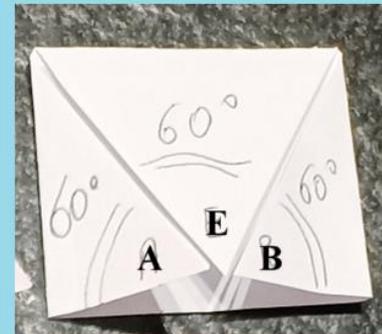
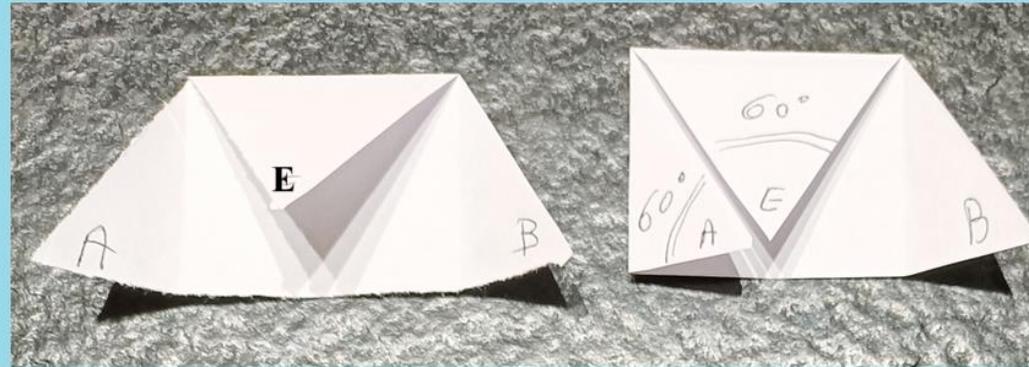
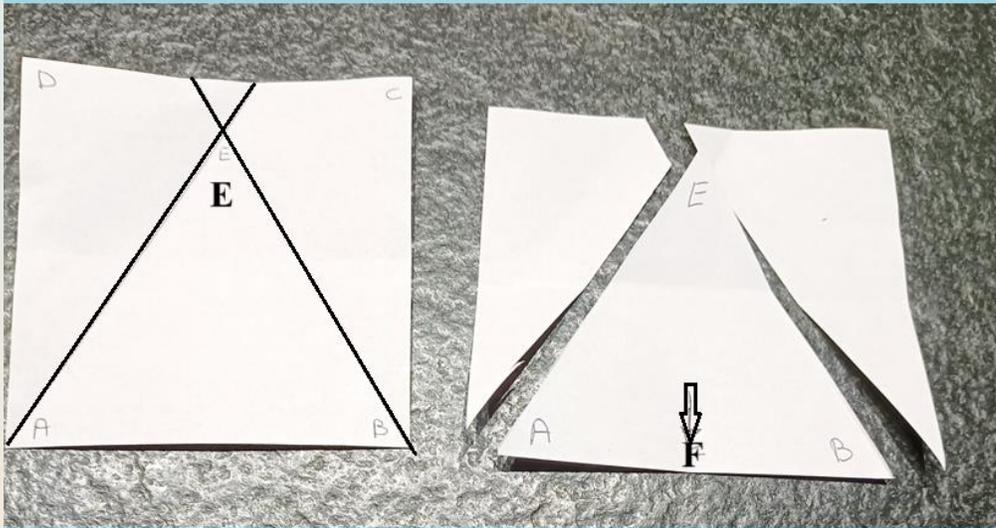
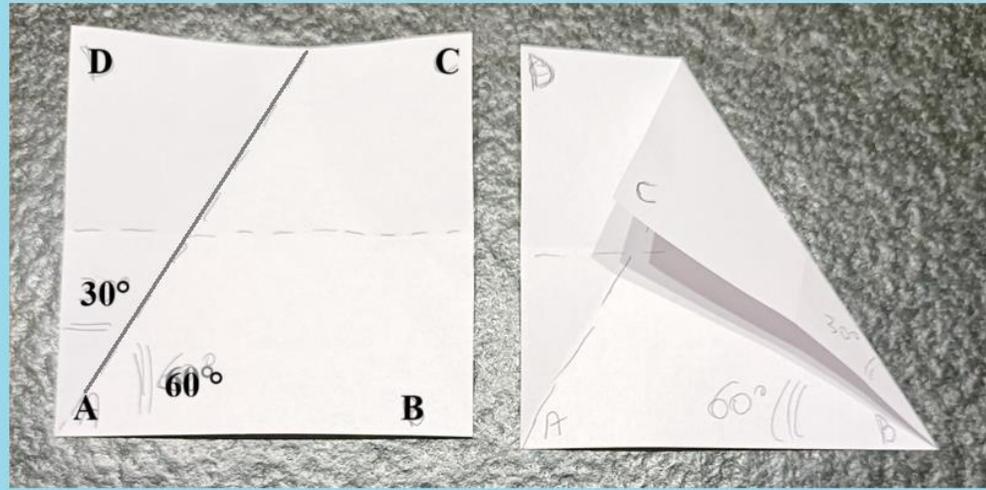
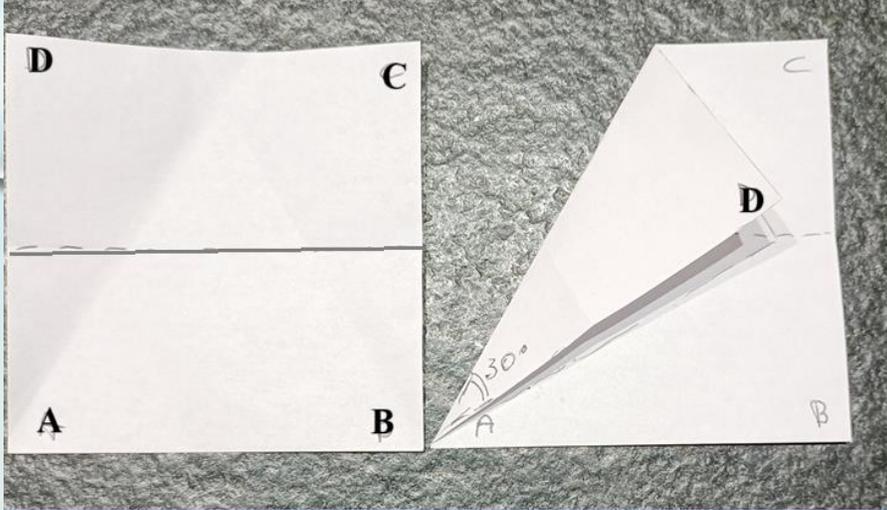
1. Si disegna un cerchio, si traccia un diametro, si trova il punto medio del raggio e si disegna la perpendicolare FE, si completa disegnando i due lati mancanti. FB e EB
2. Si disegna un segmento AB e dagli estremi due circonferenze di raggio uguale al segmento AB; il loro punto di intersezione è il terzo vertice del triangolo equilatero. Essendo i segmenti (lati) raggi di circonferenze congruenti, la figura che si ottiene ha i lati congruenti e questi si uniscono formando angoli congruenti.
3. Considerando anche il punto di intersezione inferiore si evidenzia un rombo composto da due triangoli equilateri



Triangolo equilatero: altre caratteristiche comuni con altri tipi di triangoli

- Tutti i triangoli, piegati unendo i **punti medi** dei lati, vengono divisi in 4 triangoli simili equiestesi. Si possono ritagliare per effettuare la verifica
- Il triangoli, con tre pieghe si trasformano in un rettangolo di area dimezzata rispetto a quella del triangolo di partenza. Questo può aiutare a far capire la formula dell'area del triangolo (è doppia dell'area di un rettangolo che ha base e altezza dimezzate rispetto al triangolo).





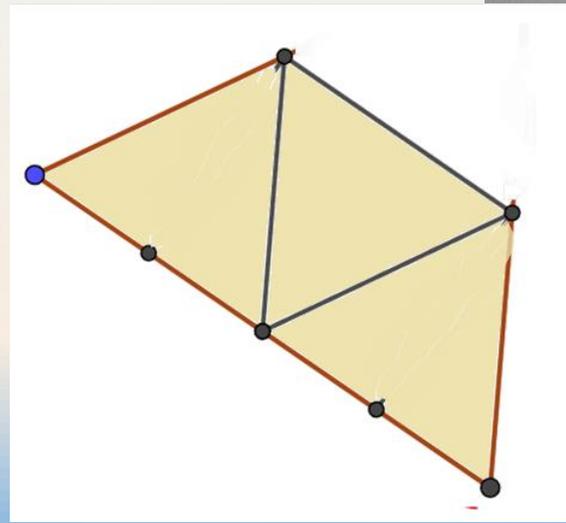
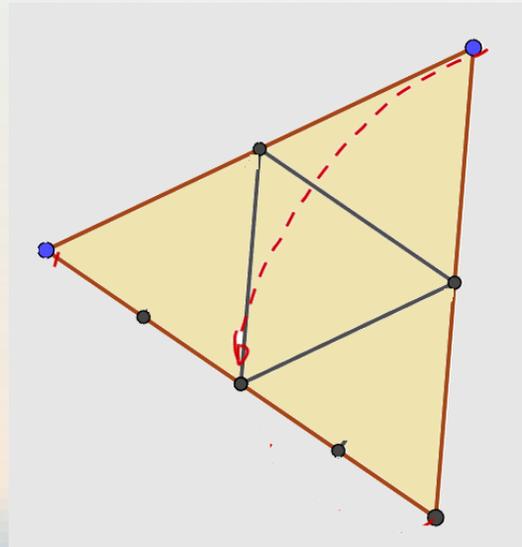
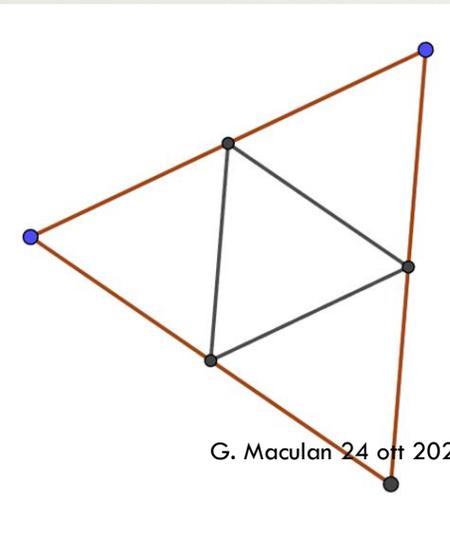
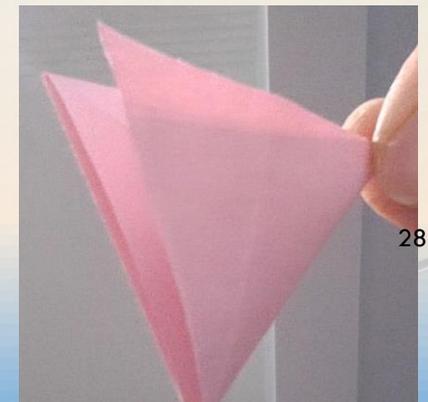
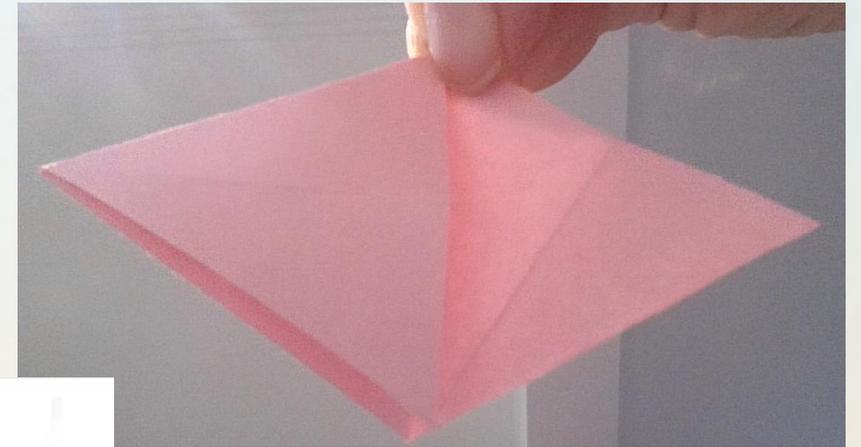
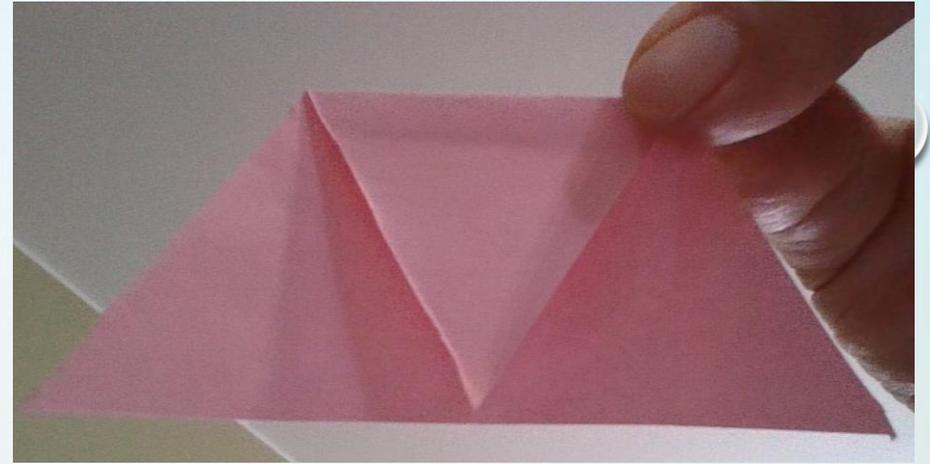
in questo modo si dimostra anche che la somma degli angoli è 180°

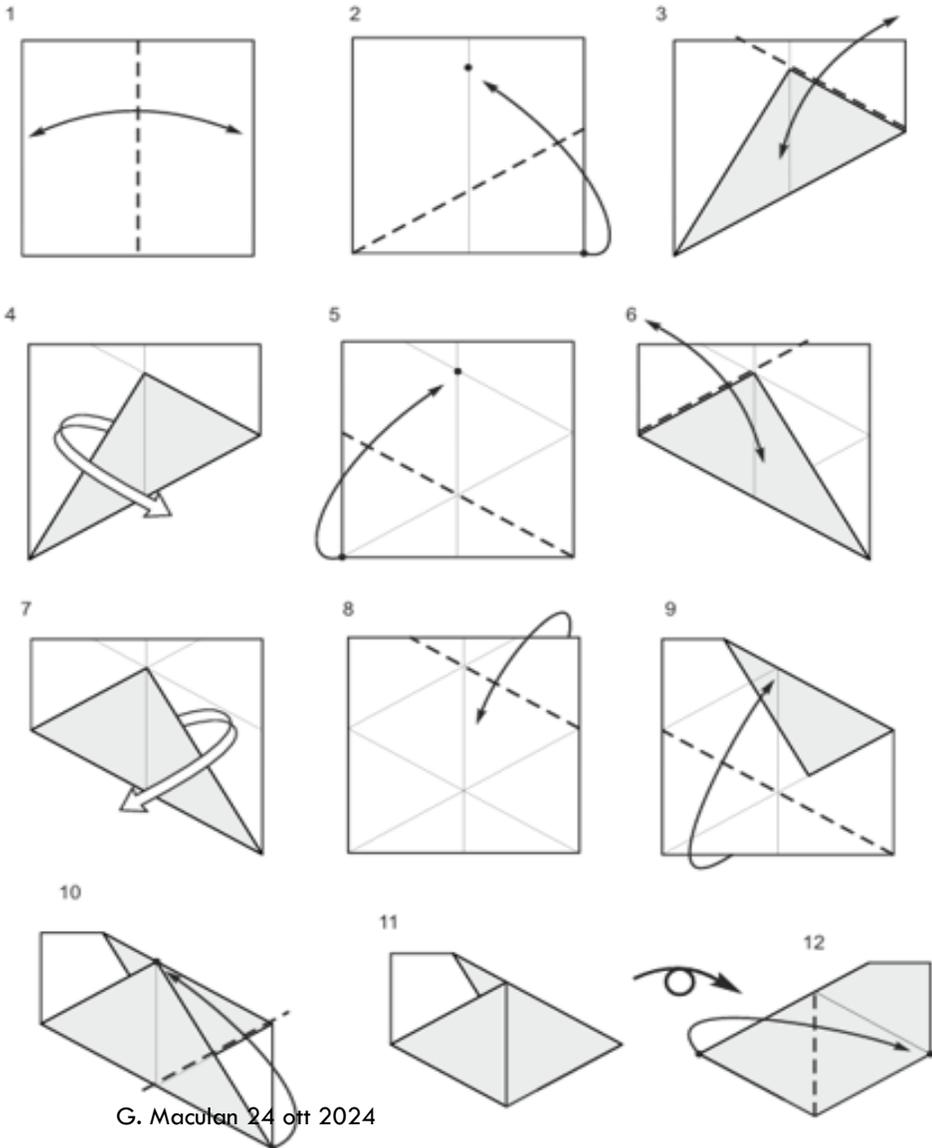
dal quadrato un triangolo equilatero

G. Maculan 24 ott 2024

Triangolo equilatero: altre caratteristiche

- Il triangolo equilatero, con le varie piegature, diventa trapezio o rombo o ancora triangolo equilatero

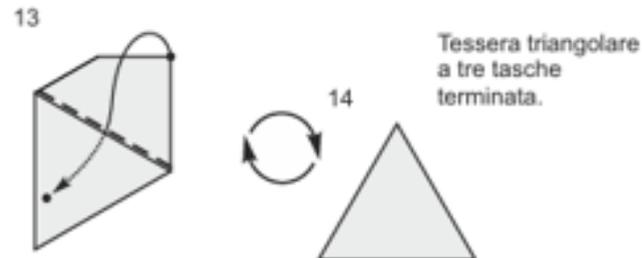




G. Maculan 24 ott 2024

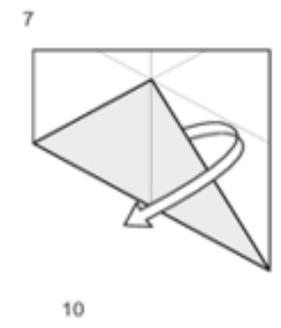
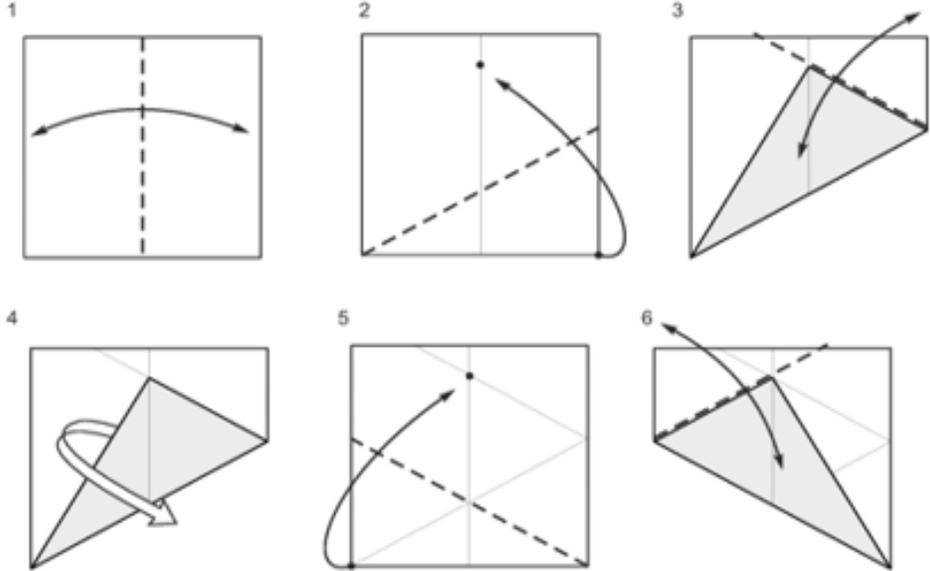
Triangolo equilatero con tre tasche

- Il triangolo a tre tasche è necessario per costruire, con la tecnica origami, i Solidi Platonici: **tetraedro, ottaedro e icosaedro.**
- Si inizia con un foglio quadrato e seguendo la traccia disegnata da *Francesco Decio* si arriva al triangolo a tre tasche.

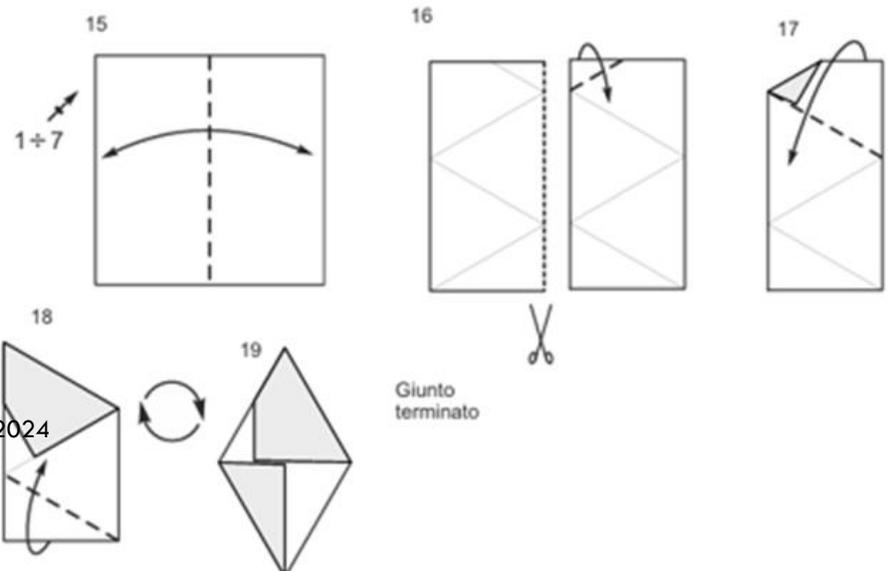


Tessera triangolare

Tessere triangolari e quadrate
Di Francesco Decio



Giunti per unire le tessere triangolari



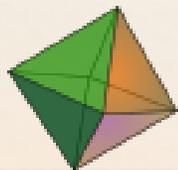
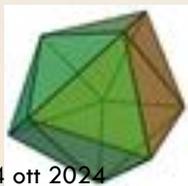
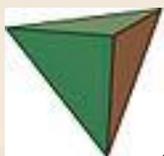
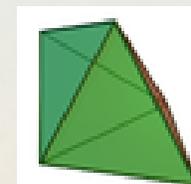
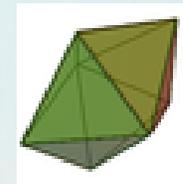
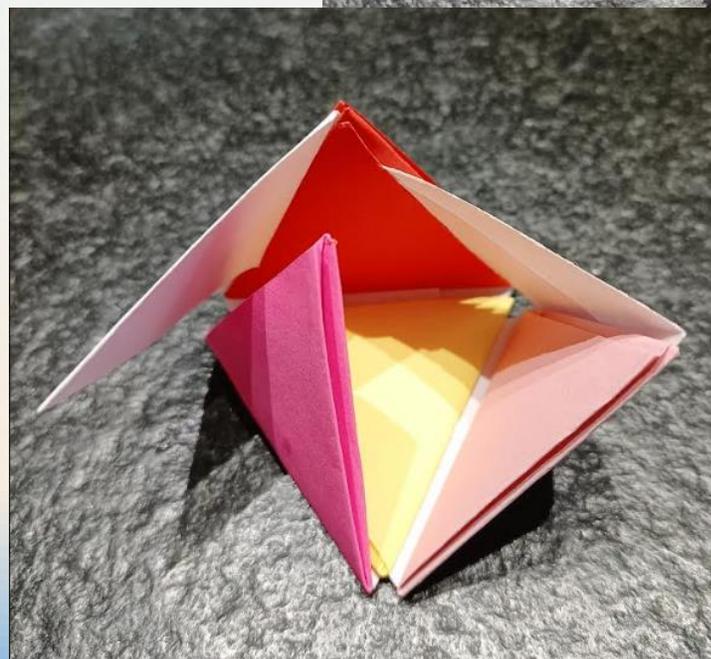
Giunto
terminato

Triangolo equilatero: i giunti

- I giunti servono per unire i triangoli a tre tasche;
- Si ottengono dividendo il foglio (passaggio 8) in due parti lungo la prima piega mediana;
- Al termine delle pieghe si ottiene un rombo
- Il rombo si inserisce un giunto nelle tasche per unire due lati di due triangoli e si uniscono tanti triangoli quanti servono per il solido stabilito.

Tetraedro: assemblaggio

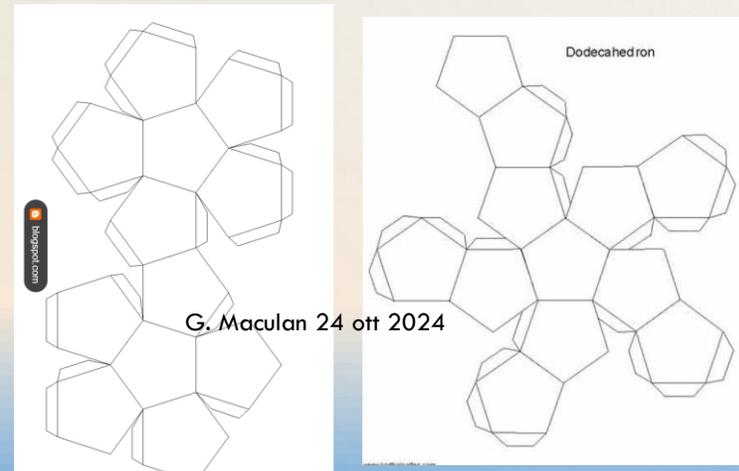
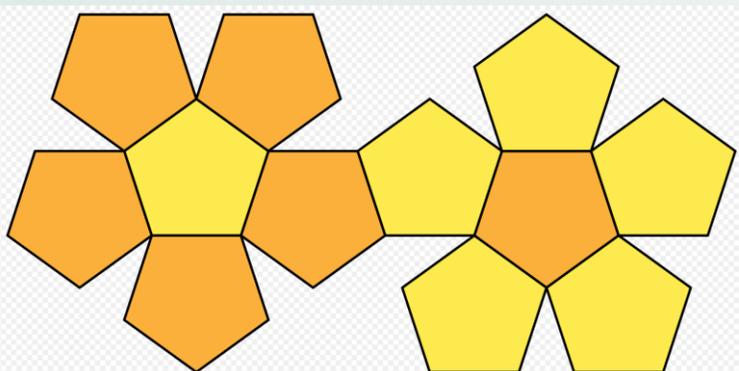
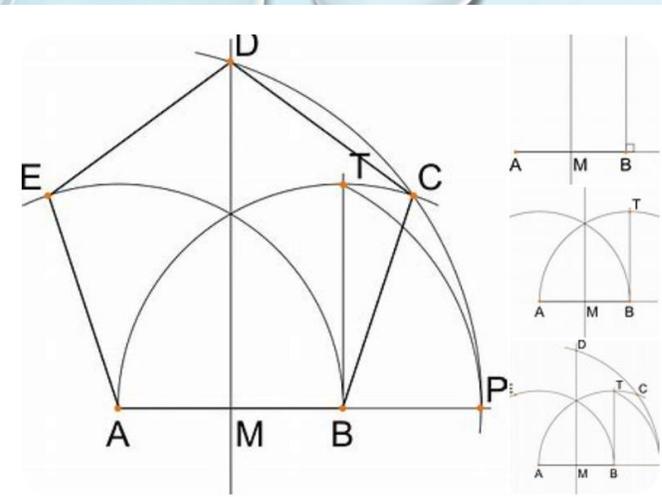
- In ciascuna tasca entra metà giunto, l'altra metà entra in un altro modulo triangolare.
- Per un tetraedro servono 4 triangoli e 6 giunti, uno per ciascun spigolo
- Si possono costruire con la stessa tecnica sia l'**ottaedro** che l'**icosaedro**



G. Maculan 24 ott 2024

31

Il pentagono per un dodecaedro



- Per offrire diverse opportunità, ai ragazzi di scuola Secondaria si propone di eseguire il dodecaedro facendo disegnare il pentagono e poi da questo lo sviluppo del dodecaedro. Si ricorda che ci sono diversi sviluppi del solido. Si possono anche preparare 12 pentagoni e unirli poi con nastro adesivo.
- Ai più grandi della Primaria si può fornire un pentagono già disegnato e da questo far disegnare lo sviluppo su cartoncino e poi unire con il nastro adesivo.
- Ai piccoli della Primaria si può fornire lo sviluppo come in figura chiedendo loro di disegnare una linguetta per ciascuna coppia di lati per incollare le parti fra loro.
- **Studiandolo un po' può essere un buon compito autentico o di realtà in quanto si può prevedere una parte iniziale di progettazione e poi di realizzazione.**

Dodecaedro costruito con moduli pentagonali



- È anche possibile costruire il dodecaedro piegando foglietti di carta pari a $\frac{1}{4}$ del foglio A4



due filmati per costruire i moduli del dodecaedro

- [IL CAMBIAMENTO INIZIA DA NOI](#)



- [¿COMO HACER UN DODECAEDRO DE ORIGAMI? - PAPEL - \(ORIGAMIS DE MARC \)](#)



- [COMO HACER DODECAEDRO DE PAPEL - ORIGAMI - DIY - FIGURAS MODULARES - MANUALIDADES CON QUIIRE](#)



GRAZIE PER LA VOSTRA ATTENZIONE

- IL MERAVIGLIOSO CERCHIO REGALA ANCHE UN PUZZLE

gisella.maculan@gmail.com

